

NOTE 5 TIL BIOFYSIK
EN KORT INTRODUKTION TIL ELEKTRICITETSLÆRE

af
H. P. Nissen-Petersen

Skønt basale funktioner i den menneskelige organisme er baseret på elektriske fænomener, er mennesket ikke udstyret til at sanse elektriske størrelser.

En ”fornemmelse for” elektriske systemer er derfor baseret på vores forestillingsevne, og de fleste får, i hvert fald i starten, behov for at danne sig sådanne billeder og modeller, som forekommer den enkelte mere ”naturlige”, og som afspejler de elektriske lovmæssigheder.

I det følgende og i et kommende afsnit om ”membranmodeller” vil der på denne baggrund blive draget analogier til andre områder af fysikken. Analogierne er indrammede.

- Som elektrisk *mængdeangivelse* bruges *ladning*, som måles i *coulomb*, der skrives *C*.

Det svarer til *masse*, som måles i kilogram, der skrives *kg*.

- Ladninger findes både *positive* og *negative*.

Der findes (så vidt vides) kun een slags masse.

- To ladninger, Q_1 og Q_2 med *forskelligt fortegn tiltrækker* hinanden med en kraft K , bestemt af *Coulomb's lov*:

$$K = k \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2}$$

hvor k er en konstant (tilpasset enhedssystemet) og r er afstanden mellem de to ladninger.
Har de to ladninger *samme fortegn vil de frastøde* hinanden med nævnte kraft.

To masser, M_1 og M_2 tiltrækker hinanden med en kraft K bestemt af *masse-tiltrækningsloven*:

$$K = k \frac{M_1 \cdot M_2}{r^2}$$

hvor k er en konstant (tilpasset enhedssystemet) og r er afstanden mellem de to masser.

I rummet omkring en ladning eksisterer altså kræfter, som vil påvirke andre emner, der har en elektrisk ladning (og kun dem). Man siger en elektrisk ladning skaber et *elektrisk felt*.

Man definerer *feltstyrken* E , som kraften på en enhedsladning: $+1C$ (enhed: $N \cdot C^{-1}$, newton pr. coulomb). Da kraften K er proportional med ladningens størrelse Q findes (se Coulomb's lov):

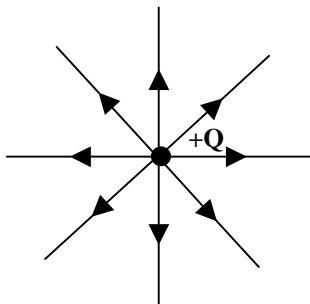
$$K = Q \cdot E$$

hvor K er kraften målt i N (newton), Q er ladningen målt i C (coulomb) og E er feltstyrken, enhed: $N \cdot C^{-1}$.

Kraften K er en *vektor*, der karakteriseres den både ved en *størrelse* (numerisk værdi) og en *retning*. På et givet sted i rummet kan *kraftpåvirkningerne* fra flere omliggende ladninger

adderet som vektorer ("kræfternes parallelogram"), og der kan opstå meget komplicerede felter.

Ved at tegne linier, de såkaldte **kraftlinier**, med en *retningsangivelse* (en pil) og med en vis *tæthed*, kan man grafisk illustrere, hvorledes feltet (kraften på en enhedsladning) i et udstrakt område varierer. På et givet sted skal retningen på (tangenten til) kraftlinierne angive feltets retning, og tætheden (linier pr arealenhed) skal angive feltets størrelse.

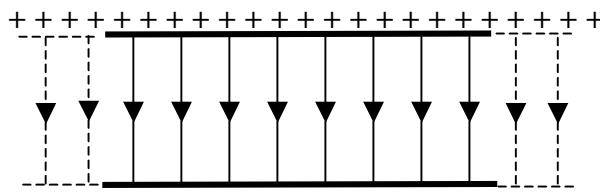


Det enkleste eksempel er feltet omkring en positiv ladning +Q (der befinder sig helt alene i rummet). Set i et plan, vil kraftlinierne stråle radiale bort fra ladningen, som egerne fra navet i et cykelhjul.

Dette feltbillede, i eet plan, er i overensstemmelse med Coulomb's lov. Da kuglearealet er proportionalt med afstandskvadratet og kraftlinieantallet konstant, vil kraftlinietætheden (rummeligt set) og dermed feltstyrken (kraften på +1C) aftage med kvadratet på afstanden, som udtrykt i Coulomb's lov.

Vendes pilene illustrerer figuren feltet omkring en negativ ladning -Q.

Et andet eksempel, yderst relevant for cellebiologien, er feltet mellem to (uendeligt store) planer, hvorpå der jævnt fordelt sidder henholdsvis positive og negative ladninger. For at finde feltstyrken et givet sted mellem planerne skal man altså her finde kraften på den positive enhedsladning, +1C, ved at addere kraftpåvirkninger fra de (uendelig mange) positive og negative ladninger på planerne.



Det viser sig (ved hjælp af Coulomb's lov og lidt matematik), at *feltstyrken er konstant* overalt mellem de to planer, og vinkelret på disse. Feltet siges at være *homogent*. Uden for planerne er feltet nul. Eksemplet kunne forestille det elektriske felt inde i en biologisk membran, der ("i hvile") groft set ikke er ledende, og hvor der typisk på indersiden er overskud af negative ladninger og på ydersiden af positive.

Elektrisk potential. For at flytte ladninger i et område, hvor der hersker elektriske kræfter, kan det i nogle situationer kræve et arbejde, i andre kan man få udført et og endelig kan slet intet arbejde være involveret. Det afhænger af kraften og dens retning i forhold til vejstrækningen og dennes retning (arbejde er vejlængde multipliceret med kraftens komponent i vejretningen). Den energi, der modsvarer det udførte arbejde på ladningen, "oplægges" i ladningen som potentiel energi. Omvendt vil ladningen miste potentiel energi, hvis den må udføre et arbejde ved flytningen.

Tænk på den analoge situation i et gravitationsfelt, der påvirker to lodder, som begge har massen m . Det ene står på gulvet, det andet er *løftet* op på et bord. Hvis bordet har højden h , har loddet på bordet en *potentiel* energi på $m \cdot g \cdot h$ (tyngdekraft gange løftelængde) større end loddet på gulvet.

Denne potentielle energi ville kunne omsættes til arbejde, ved f. eks at lade loddet falde ned på gulvet. Først ville energien omsættes til bevægelsesenergi og derefter til varme (og lidt lyd), når loddet rammer og opbremses af gulvet.

Enheden for energi (arbejde) er $\text{N} \cdot \text{m} = \text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$, som kaldes **joule** og skrives **J**.

I et **elektrisk felt** er det elektriske **potential på et givet sted defineret** som *energien* af en enhedsladning på stedet (i forhold til en placering i et feltfrit rum, altså uendeligt fjernt fra de ladninger, der skaber feltet (og kræfterne)). Enheden for elektrisk potential bliver derfor $\text{J} \cdot \text{C}^{-1}$ (joule pr. coulomb), som kaldes **volt** og skrives **V**.

Som oftest indgår **potentialforskelle** i problemstillingerne.

På dansk bruges betegnelserne *spænding* og *potential* i flæng.

Som eksempel beregnes potentialforskellen mellem to planer, på hvilke der sidder fordelt henholdsvis positive og negative ladninger med en ladningstæthed $Q \cdot \text{A}^{-1}$ (ladninger pr. arealenhed). Afstanden mellem planerne er l og feltstyrken mellem planerne er E (se tidligere figur).

”Opladningen” er sket ved aktivt med energiforbrug at flytte positive ladninger fra det ene plan (som derved bliver efterladt *negativt ladet*) og føre dem til det andet plan (som derved bliver *positivt ladet*).

At føre endnu en enhedsladning fra det negative plan til det positive kræver et positivt arbejde, da kraften på enhedsladningen E er rettet mod bevægelsesretningen. Arbejdet W bliver da:

$$W = E \cdot l \text{ (kraft gange vej)}$$

svarende til en potentiel energitilvækst U for ladningen på $U = E \cdot l$.

Hvis man derfor kender potentialforskellen U mellem planerne (i biologiske situationer vil man ofte kende det såkaldte membranpotential) og afstanden mellem dem, kan man beregne feltstyrken mellem dem som

$$E = \frac{U}{l}$$

Dermed vil man kende de elektriske kræfter på elektrisk ladede partikler, fx ioner, der befinder sig i membranen. Som enhed for feltstyrke anvendes derfor ofte $\text{V} \cdot \text{m}^{-1}$ (volt pr. meter). (Kontrol af enheden: $\text{V} \cdot \text{m}^{-1} \text{ (volt pr. m)} = \text{J} \cdot \text{C}^{-1} \cdot \text{m}^{-1} = \text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{C}^{-1} \cdot \text{m}^{-1} = \text{N} \cdot \text{C}^{-1}$ (newton pr. coulomb), som iflg. definitionen var enheden for feltstyrke).

Ovennævnte betragtninger har forudsat *statiske* forhold, hvor ladninger ikke bevæger sig, selv om de er påvirket af kræfter. De indgående materialer karakteriseres som **isolatorer**, og forholdene her kaldes **elektrostatiske**.

Når materialerne er **elektrisk ledende** (fx metaller og elektrolytopløsninger), vil ladninger kunne bevæge sig under påvirkning af elektriske kræfter, og **elektriske strømme** vil opstå.

Man **definerer elektrisk strøm**, som det antal coulomb, der pr. tidsenhed strømmer gennem et tværsnit vinkelret på udbredelsesretningen. Man bruger typisk bogstav I for elektrisk strøm, og **enheden** bliver da $\text{C} \cdot \text{s}^{-1}$ (coulomb pr. sekund) som kaldes **ampere** og skrives **A**.

Man taler også om *strømtæthed* og mener dermed *strømmen pr. arealenhed*. Er den samlede strøm I gennem en flade med arealet S , bliver den gennemsnitlige strømtæthed $I \cdot S^{-1}$ (ampere pr. kvadratmeter).

Strømmens størrelse i en leder af et bestemt materiale bliver rimeligt nok bestemt af, hvor vanskeligt det er for ladningerne at bevæge sig i lederen og den energi, der er til rådighed for dette arbejde. Man definerer derfor lederens **modstand R** , som bliver bestemmende for strømmens størrelse I ved en given energi, der er udtrykt ved potentialforskellen U mellem lederens endeflader. ”Jo større *modstand*, des mindre strøm”. Hersker der simpel omvendt proportionalitet, kan dette udtrykkes gennem **Ohm’s lov**:

$$U = R \cdot I$$

Enheden for R bliver: $V \cdot A^{-1} = J \cdot C^{-2} \cdot s$, som kaldes *ohm*, der skrives Ω (græsk: ome-ga).

I biologien foretrækkes ofte at karakterisere en leder ved sin *ledningsevne* G , som den reciprokke værdi af modstanden R

$$G = \frac{1}{R}$$

Ohm's lov omskrives da til

$$I = G \cdot U$$

der med ord udtrykker, at jo større (bedre) ledningsevne G en leder har og jo større potential-forskel U , der er til rådighed, jo større bliver strømmen I .

Enheden for ledningsevne er Ω^{-1} , som kaldes *siemens* og skrives S . En vittig sjæl har engang foreslået *mho*, som nu anvendes fuldt legalt.

Ofte anvendes de afledte enheder, med foranstillet m (milli = 10^{-3}) og μ (mikro = 10^{-6}).

Den analoge "vandmodel" til illustration af Ohm's lov ville være en pumpe, der skaber tryk og dermed leverer den energi, som får vandet til at strømme gennem en (snæver) slange. Energien bruges til at overvinde gnidningsmodstanden i slangen.

Vandtrykket (enhed pascal = $N \cdot m^{-2}$ (newton pr. arealenhed) eller $J \cdot m^{-3}$ (energi pr. mængdeenhed) svarer til elektrisk *potential* (enhed volt = $J \cdot C^{-1}$ (energi pr. mængdeenhed)).

Vandstrømmen (enhed $m^3 \cdot s^{-1}$ (mængde pr. sekund)) svarer til *elektrisk strøm* (ampere = $C \cdot s^{-1}$ (coulomb pr. sekund) = el-mængde pr. sekund)).

Gnidningsmodstanden kaldes "den hydrodynamiske modstand" og svarer til den *elektriske modstand*. Jo længere slangen er, des sværere bliver det at strømme igennem: *modstanden vokser*. Bliver derimod slangen *tykkere* strømmer vandet lettere: *modstanden mindskes*.

I en elektrisk leder defineres begrebet *specifik modstand* ρ , som modstanden mellem to modstående flader i en terning af det aktuelle materiale, der måler een meter på hver led. Som i vandmodellen vokser modstanden med længden l af lederen, og mindskes med arealet S , dvs.

$$R = \frac{\rho \cdot l}{S}$$

Drejer det sig fx om modstanden på tværs gennem en *membran*, vil *modstanden vokse med tykkelsen* (længden), men *aftage med arealet*. For en membran med en vis tykkelse vil man typisk angive *modstand* r *pr. arealenhed* r (og ikke den specifikke modstand ρ). Modstanden R af hele arealet S af denne membran vil da være $R = \frac{r}{S}$ og *enheden* for r må være $\Omega \cdot m^2$ (og ikke Ω pr. m^2 pga. den *omvendte* proportionalitet mellem R og S).

I øvelsen "selektivt permeable membraner" i det cellebiologiske kursus indledes med eksperimenter med simple elektriske kredsløb. Her kan læses yderligere om Ohm's lov, serie- og parallelforbundne modstande og kredsløb med to spændingskilder (Kirschoffs lov).

Senere, i et efterfølgende afsnit om "membranmodeller", gennemgås *kapacitets*-begrebet og et simpelt ohmsk *kabel* (med tab), som grundlag for forståelsen af *nerveaktionspotentialets udbredelsehastighed* og *udbredelsestæthed*.